

# RGV供给CNC物料模型的仿真设计

宋慧玲

(哈尔滨金融学院基础教研部 黑龙江 哈尔滨 150030)

**摘要:** 智能RGV是基于人工智能所产生的一种替代劳动力的智能工具,由于其价格低廉、操作灵活方便,被广泛地应用在自动化仓库中。本文以2018高教社杯全国大学生数学建模竞赛A题为例,通过建立数学模型,对RGV在现实工作中出现的问题进行分析,最终给出最优的操作方案。

**关键词:** RGV; CNC; 仿真; 泊松分布; 微分方程

**基金项目:** 本文由2021年黑龙江省省属本科高校基本科研业务费项目《基于微分方程的动力系统建模及动态特性研究》(2021-KYYWF-E013)资助。

**【DOI】**10.12293/j.issn.1671-2226.2022.28.021

## 1.引言

图1是一个智能加工系统的示意图,由8台计算机数控机床(Computer Number Controller, CNC)、1辆轨道式自动引导车(Rail Guide Vehicle, RGV)、1条RGV直线轨道、1条上料传送带、1条下料传送带等附属设备组成。RGV是一种无人驾驶、能在固定轨道上自由运行的智能车。它根据指令能自动控制移动方向和距离,并自带一个机械手臂、两只机械手爪和物料清洗槽,能够完成上下料及清洗物料等作业任务。

本文针对“一道工序的物料加工作业情况,每台CNC安装同样的刀具,物料可以在任一CNC上加工完成”这种情况,给出RGV动态调度模型和相应的求解算法。

## 2.RGV供给CNC物料的过程分析

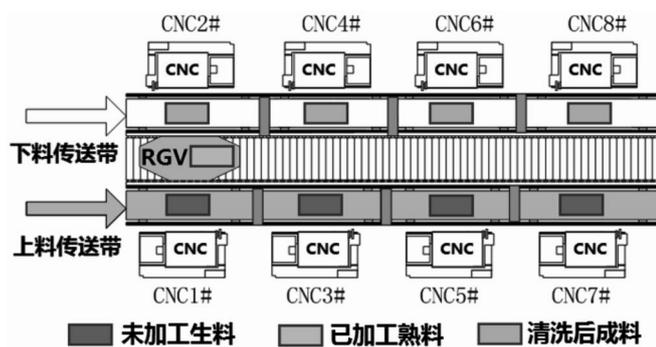


图1: 智能加工系统示意图

假设RGV在轨道上做匀速直线运动,且在RGV运行过程中不考虑对材料的清洗时间。

已知CNC等待上料参数为 $\lambda$ 的泊松分布,上料时间服从参数为 $\mu$ 的负指数分布;若加工 $n$ 个零件,只有一个机器加工零件,其余的机器排队等待,有无限个位置可排队,于是在时间间隔 $[t, t+\Delta t)$ 内有:

- (1) 一个CNC加工完一个零件的概率为 $\lambda\Delta t + o(\Delta t)$ 。
- (2) 没有一个零件在等待上料的概率为 $1 - \lambda\Delta t + o(\Delta t)$ 。
- (3) 有一个零件被加工完成等待下料的概率为 $\mu\Delta t + o(\Delta t)$ 。
- (4) 没有一个零件被加工完成等待下料的概率为 $1 - \mu\Delta t + o(\Delta t)$ 。
- (5) 多余一个零件在等待上料或加工完成等待下料的概率为 $o(\Delta t)$ 。

现在考虑在 $t+\Delta t$ 时刻系统中有 $n$ 个零件(即状态为 $n$ )的概率 $P_n(t+\Delta t)$ ,可能的情况见表1。

这是一个生灭过程,四种情况是相互独立的事件,则有

$$P_n(t+\Delta t) = P_n(t)(1 - \lambda\Delta t - \mu\Delta t) + P_{n+1}(t)\mu\Delta t + P_{n-1}(t)\lambda\Delta t + o(\Delta t)$$

整理得

$$\frac{P_n(t+\Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = (-\lambda - \mu)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

并令 $\Delta t \rightarrow 0$ ,则得微分方程

表1 系统状态的变化规律

情况	时刻 $t$ 的熟料数/个	在区间 $(t, t+\Delta t)$		时刻 $(t+\Delta t)$ 的熟料数/个	$P_n(t+\Delta t)$
		完成	未完成		
(A)	$n$	×	×	$n$	$P_n(t)(1 - \lambda\Delta t)(1 - \mu\Delta t)$
(B)	$n+1$	×	√	$n$	$P_{n+1}(t)(1 - \lambda\Delta t)(\mu\Delta t)$
(C)	$n-1$	√	×	$n$	$P_{n-1}(t)(\lambda\Delta t)(1 - \mu\Delta t)$
(D)	$n$	√	√	$n$	$P_n(t)(\lambda\Delta t)(\mu\Delta t)$

表2 上料点和下料点的布局位置设置决策点位置

决策点名称	决策点位置
IN	0.2
$l_{rgv}$	4.8
Out <sub>2</sub>	12.2
Out <sub>3</sub>	19.2
Out <sub>4</sub>	26.2
In <sub>1</sub>	41.5
In <sub>2</sub>	48.6
In <sub>3</sub>	56
In <sub>4</sub>	63.1
OUT	73.5

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t), n = 1, 2, \dots$$

当n=0时,类似地,可有

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t),$$

于是,一般地有

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) + \lambda P_{n-1}(t), n > 1.$$

假设当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $P_n(t)$  的极限存在,记为  $P_n$ , 即有

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) + \lambda P_{n-1}(t) = 0,$$

则由微分方程

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) + \lambda P_{n-1}(t), n > 1.$$

得

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0,$$

$$-(\lambda + \mu)P_n + \mu P_{n+1} + \lambda P_{n-1} = 0, 0 > 1.$$

整理为

$$\lambda P_0 = \mu P_1,$$

$$(\lambda + \mu)P_n = \mu P_{n+1} + \lambda P_{n-1}, n > 1.$$

这是关于  $P_n$  的差分方程,也反映了系统状态的转移关系,即每一状态都是平衡的,见图2.求解得

$$P_1 = (\lambda / \mu) P_0,$$

$$P_n = (\lambda / \mu)^n P_0 (n \geq 1).$$

假设一个CNC初始上料的时间为 $t_0$ ,RGV在相邻CNC之间移动时间为 $t_1$ ,一个CNC将生料加工为熟料时间为 $t_2$ ,RGV为一个CNC上下料时间为 $t_3$ , $t$ 为总时间,于是有

$$t = 8t_3 + n(t_2 + 6t_1 + t_3)$$

令 $\rho = \lambda / \mu < 1$ ,称为加工强度,即为平均到达率与平均加工率之比。由概率的性质:  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ , 即

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n = \frac{P_0}{1 - \rho} = 1.$$

于是得到系统状态为n的概率

$$P_0 = 1 - \rho, P_n = (1 - \rho) \rho^n, n \geq 1.$$

### 3.RGV供给CNC物料模型的仿真设计

已知总时间T为8小时,当P0越大CNC所生产的熟料n越多,则仿真RGV供给CNC物料模型设计如下:

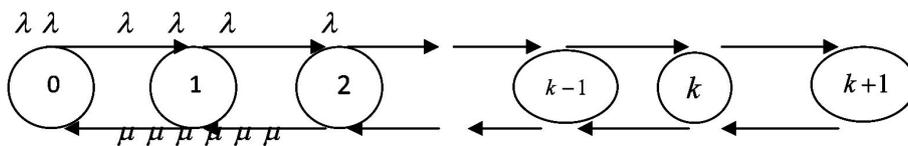


图2: M/M/1的状态转移关系图

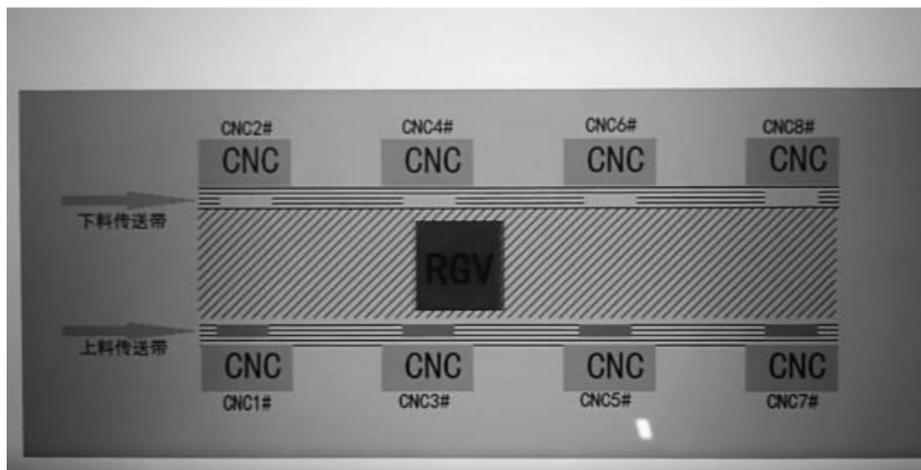


图3.1

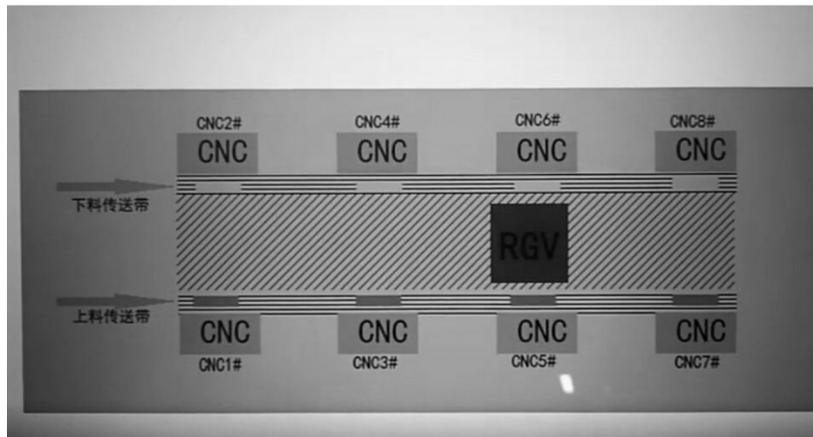


图3.2

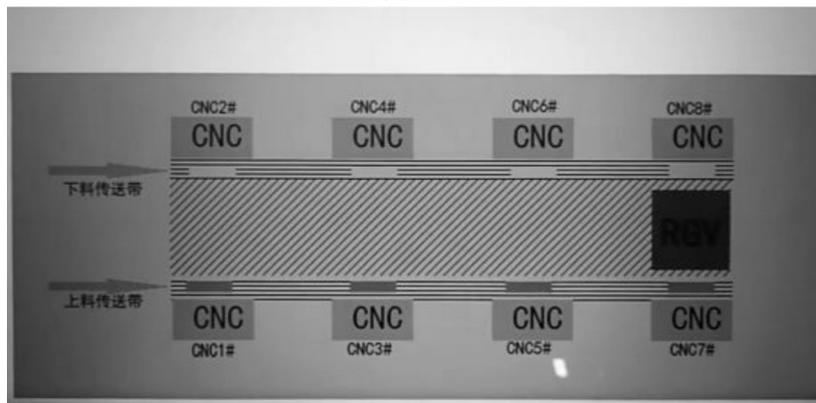


图3.3

### 3.1模型参数

- 1)4个上料生产相同的熟料,分别对应对面的下料点;
- 2)RGV小车数量为5(可根据需要增加或减少);
- 3)RGV小车满载速度和空载速度均为匀速且速度相同;
- 4)RGV小车沿直线轨道运动;

### 3.2基本传送带决策点位置

根据上料点和下料点的布局位置设置决策点位置,各点的位置如表2(in为上料点,out为卸料点):

### 3.3模型运动过程

如图3.1-3.3所示.

### 4.小结

运用排队论中单服务窗等待制排队模型(标准型)(M/M/1),排队模型M/M/1表示物料为无限的,物料的到达相互独立,到达规律服从参数的泊松分布;单服务台,待加工物料数无限,先到先加工,各物料的加工时间相互独立,且同服从参数为的负指数分布。确定关于Pn(系统状态为n的概率)的差分方程,从而反映出了系统状态的转移关系,设计相关算法,并对模型的实用性和算法的有效性进行了检验,具有重要

的理论和实际应用价值。

### 参考文献

- [1]陈东彦,李冬梅,王树忠.数学建模[M].科学出版社,2007.
- [2]Sosc开源社区,案例15,Flxsim应用,环线RGV运输系统?.<http://bbs.zixin2025.com/forum.php?mod=viewthread&page=1&tid=932>.
- [3]道客巴巴,<http://www.doc88.com/p-3032313117970.html>.
- [4]龙锋.基于自适应遗传算法的W公司仓库货位分配与优化研究[D].广州,华南理工大学,2015.
- [5]王军强,郭银洲,崔福东等.基于多样性增强的自适应遗传算法的开放式车间调度优化[J].计算机集成制造系统,2014,20(10):2479-2493.
- [6]张岚.几类微分方程系统的动力性分析[D].华中科技大学博士论文,2008.
- [7]赵关康.变质量力学系统的相对运动动力学微分方程[J].商丘师范学院学报,1990.3:15-19.

**作者简介**  
宋慧玲(1978.08——)朝鲜族,哈尔滨人,博士,副教授,研究方向:数学建模。